

## بررسی اثر معیوب بودن ماده هدفمند بر روی رفتار کمانش بدنه

### موشک‌های هایپرسونیک

مصطفی لیوانی<sup>۱\*</sup>، محمدحسین حبیبی<sup>۲</sup>، محمد مسکینی<sup>۳</sup>

۱- دانشگاه علوم و فنون هوایی شهید ستاری

۲-دانشگاه علوم و فنون هوایی شهیدستاری

۳-دانشگاه علوم و فنون هوایی شهید ستاری

(دریافت مقاله: ۱۴۰۳/۱۲/۰۳ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۲/۰۲)

**چکیده:** بدنه موشک‌های هایپرسونیک با توجه به سرعت خیلی بالای آنها، می‌بایست ضمن تحمل بارهای آیرودینامیکی، تحمل دماهای خیلی بالا را نیز داشته باشد. در این شرایط استفاده از موادی همچون سرامیک‌ها به دلیل مقاومت حرارتی زیاد مناسب به نظر می‌رسد، اما سرامیک‌ها استحکام سازه‌ای کمی دارند. راهکار ترکیب فاز سرامیک و فاز فلز با مقاومت مکانیکی بالا است که می‌تواند همزمان مقاومت حرارتی و مکانیکی را افزایش دهد. این ماده را ماده هدفمند نامند. در این پژوهش اثر معیوب بودن ماده هدفمند بر روی رفتار کمانش صفحه هدفمند با استفاده از یک تابع تغییرشکل برشی هایپربولیک مورد مطالعه قرار می‌گیرد. خواص مواد هدفمند با توزیع توان تابع تغییرات خواص در راستای ضخامت تغییر می‌کند. ساختار این مواد در طی فرآیند تولید نمی‌تواند کاملاً مطابق با الگوی مدنظر باشد که این موضوع منجر به تولید ماده هدفمند معیوب می‌شود. از این رو در این پژوهش، یک مدل سالم و دو مدل معیوب در نظر گرفته شده است. معادلات دیفرانسیل حاکم با استفاده از اصل همپلتون استخراج شده است. معادلات بدست آمده با استفاده از روش ناویر برای شرایط مرزی ساده حل گردید. اثرات پارامترهای مهم هندسی و مکانیکی شامل نسبت ضخامت به طول، نسبت طول به عرض و توان تابع تغییرات خواص صفحه هدفمند معیوب بررسی شده است. نتایج تحقیق حاضر نشان داد با افزایش نسبت‌های ضخامت به طول، طول به عرض، افزایش توان تابع تغییرات خواص صفحه هدفمند مقدار نیروی کمانش صفحه هدفمند کاهش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: صفحه هدفمند، ماده معیوب، کمانش، اصل همپلتون، روش ناویر

## مقدمه

مواد هدفمند که معمول ترین آنها شامل سرامیک و انواع فلزات هستند به صورت میکروسکوپی غیرهمگن می‌باشند. باتوجه به کاربرد ماده در شرایط خاص خود، نیاز به ویژگی‌های رفتاری متفاوت از جمله استحکام، انعطاف‌پذیری، مقاومت در برابر خمش یا کشش و ... می‌باشد که به همین دلیل در ساختار مواد هدفمند از فلزات مختلف استفاده می‌شود [۱].

در دهه‌های اخیر پژوهش‌های فراوانی بر روی مواد هدفمند و پدیده‌های مخرب کمانش و کمانش صورت گرفته است که در این قسمت به بررسی برخی از آنها پرداخته ایم. لیوانی و ملک زاده فرد [۲] کمانش صفحه‌های ساندویچی دوانحنا یا ضخامت متغیر را با استفاده از تئوری مرتبه بالا مطالعه کردند. آن‌ها معادلات دیفرانسیل حاکم بر مبنای تئوری مرتبه بالای صفحه ساندویچی ارتقاء یافته و اصل همپلتون استخراج کردند. در نهایت اثرات لایه‌چینی‌های مختلف، نسبت طول به عرض صفحه، تغییر خواص مواد رویه‌ها، نسبت ضخامت‌های رویه‌ها و جنس‌های مختلف مواد رویه‌ها روی کمانش صفحه ساندویچی دوانحنا با ضخامت متغیر بررسی کردند. مجید اسکندری شهرکی و همکاران [۳] به تحلیل کمانش و ارتعاشات وابسته به اندازه در نانوصفحه مستطیل شکل با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه  $n$  ام بر مبنای تئوری غیر کلاسیک تنش کوپل اصلاح شده پرداختند. میزان نیروی بحرانی نانو صفحه مرتبه  $n$  ام تحت اثر نیروی دو محوره صفحه‌ای در جهت  $X$  و  $Y$ ، با افزایش نسبت پارامتر مقیاس طول به ضخامت نانوصفحه افزایش و با افزایش نسبت طول به ضخامت کاهش می‌یابد. همچنین میزان نیروی بحرانی کمانش بدون بعد نانوصفحه مرتبه  $n$  ام تحت اثر نیروی تک محوره در جهت  $X$  با افزایش نسبت پارامتر مقیاس طول به ضخامت نانوصفحه افزایش و با افزایش نسبت طول به ضخامت نانوصفحه اندکی کاهش می‌یابد. فرکانس‌های بدون بعد مدهای مختلف نانو صفحه مرتبه  $n$  ام، با افزایش نسبت طول به ضخامت نانو صفحه کاهش می‌یابد. احمد تاجداران و محمد حسن صدق [۴] تاثیر پارامترهای هندسی بر کمانش الاستوپلاستیک مخازن فلزی استوانه‌ای زمینی با در نظر گرفتن اندرکنش سازه و سیال را بررسی کردند. نتایج بدست آمده از این پژوهش نشان می‌دهند افزایش قطر و ارتفاع، هر دو پارامتر موثری در افزایش خطر کمانش الاستوپلاستیک می‌باشند. همچنین افزایش نسبت ارتفاع به قطر باعث کاهش خطر کمانش الاستوپلاستیک شده و با افزایش مقدار ضخامت پوسته احتمال رخ دادن پدیده کمانش الاستوپلاستیک بسیار کم می‌شود و طراحی مخازن با آیین‌نامه‌های مذکور روش مطمئنی برای جلوگیری از کمانش نمی‌باشد. امیررضا شاهانی و محمد حسن حاج باقری [۵] به بررسی روابط تحلیلی و مدلسازی کمانش غیرخطی در فانوسی‌ها پرداختند. فانوسی‌ها معمولاً تحت فشار بوده و افزایش بیش از حد فشار موجب کمانش در فانوسی می‌شود. در فانوسی‌ها دو نوع کمانش رخ می‌دهد که با نام کمانش ستونی و کمانش درون صفحه‌ها شناخته می‌شوند. آنها در پژوهش خود ابتدا به بررسی روابط تحلیلی ارائه شده پیرامون کمانش فانوسی پرداختند و سپس با استفاده از نرم افزار اجزاء محدود آباکوس کمانش فانوسی‌ها را مورد بررسی قرار دادند و نتایج آن با نتایج تجربی موجود در منابع مقایسه کردند. رضا طهماسبی و جلیل شقایب [۶] به بررسی تحلیلی عملکرد لرزه‌ای مهاربند کمانش تاب با طول کوتاه دارای هسته  $S$  شکل پرداختند. نتایج حاصل از مقایسه طرح ارائه شده در این پژوهش با مهاربندهای کمانش تاب متداول بیانگر این است که علی‌رغم کوچکتر و سبکتر بودن این مهاربندها رفتاری مشابه مهاربندهای BRB متداول دارند. محمد علی رسولی و مرتضی طاهری [۷] به تحلیل پارامتری کمانش پوسته‌ی استوانه‌ی کنگره‌ای تقویت شده تحت فشار خارجی پرداختند. نتایج تحلیل آنها نشان داد افزایش فشار کمانش بحرانی در پوسته‌ی کنگره‌دار شده در حالتی که کمانش بین حلقه‌ها رخ داده است بسیار قابل توجه می‌باشد. به بیان دیگر موثر بودن اصلاح هندسی به این روش وابستگی زیادی به بین حلقه‌های بودن کمانش دارد. لیوانی و همکاران [۸] کمانش تیر هدفمند دارای ترک عرضی را بر اساس نظریه مرتبه بالای ردی با شرایط مرزی دو سرگیردار را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها برای استخراج پاسخ فرم بسته برای نیروی کمانش تیر هدفمند دارای ترک عرضی، از روش ریتز استفاده کردند. لیوانی و حبیبی [۹] اثر تخلخل بر روی رفتار ارتعاشات آزاد سازه ساندویچی با هسته هدفمند متخلخل را بررسی

کردند. آن‌ها در پژوهش خود یک تئوری تغییر شکل برشی هایپربولیک جدید ارائه کردند و به با استفاده از اصل همیلتون معادلات دیفرانسیل استخراج شده از تئوری یاد شده را حل کردند. در تحقیق حاضر، تحلیل کمانش صفحه هدفمند معیوب با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی هایپربولیک انجام می‌گردد و معادلات حاکم بر مبنای اصل همیلتون استخراج خواهد شد.

### استخراج معادلات حاکم

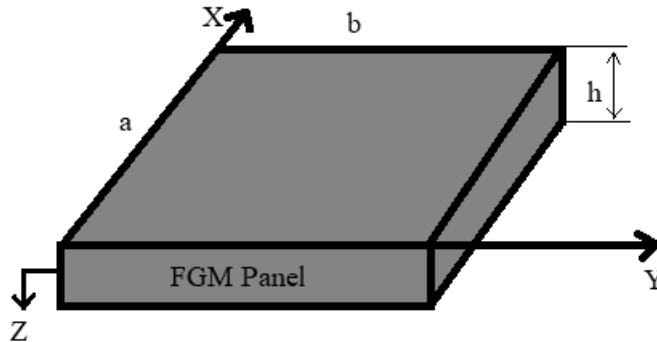
در این بخش در ابتدا، مدل هندسی مورد مطالعه ارائه می‌گردد، سپس تئوری مورد استفاده ارائه می‌شود. بعد از آن روابط تنش-کرنش بیان می‌شود و در انتهای این بخش، معادلات حاکم بر کمانش صفحه هدفمند معیوب بر مبنای تئوری مرتبه بالای هایپربولیک استخراج خواهد شد.

هندسه مدل مورد مطالعه در این مقاله عبارت است یک صفحه هدفمند معیوب. همانطور که شکل ۱ نشان می‌دهد صفحه هدفمند دارای ضخامت  $h$ ، طول  $a$  و عرض  $b$  می‌باشد.

در این مقاله تئوری تغییر شکل برشی هایپربولیک ارائه شده برای مدل‌سازی میدان جابجایی به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} u(x, y, t) &= u_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_b}{\partial x} - f(z) \frac{\partial w_s}{\partial x} \\ v(x, y, t) &= v_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_b}{\partial y} - f(z) \frac{\partial w_s}{\partial y} \\ w(x, y, t) &= w_b(x, y, t) + w_s(x, y, t) \end{aligned} \quad \text{رابطه (۱)}$$

که در آن  $u(x, y, t)$  و  $v(x, y, t)$  توابع مجهول برای جابجایی‌های درون صفحه و  $w(x, y, t)$  تابع مجهول برای جابجایی عرضی صفحه می‌باشند.



شکل ۱. هندسه صفحه هدفمند مورد مطالعه

توابع  $f(z)$  و  $g(z)$  استفاده شده در پژوهش حاضر به صورت زیر ارائه شده است:

$$\begin{aligned} f(z) &= \tanh\left(\frac{z}{h}\right) - 2 \times \left(\frac{z}{h}\right)^3 \\ g(z) &= 1 - f'(z) \end{aligned} \quad \text{رابطه (۲)}$$

روابط کرنش-جابجایی را می‌توان به صورت رابطه ۳ بیان کرد [۱۰]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} - f(z) \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w_b}{\partial y^2} - f(z) \frac{\partial^2 w_s}{\partial y^2} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} - 2z \frac{\partial^2 w_b}{\partial x \partial y} - 2f(z) \frac{\partial^2 w_s}{\partial x \partial y} \\ \gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = g(z) \frac{\partial w_s}{\partial x} \\ \gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = g(z) \frac{\partial w_s}{\partial y} \end{aligned} \quad \text{رابطه ۳}$$

در این بخش الگوهای صفحات هدفمند معیوب خطی و غیرخطی مورد استفاده در این مقاله ارائه می‌شود. برای این منظور برای صفحه FG کامل، تغییرات خواص مکانیکی از جمله مدول الاستیک در راستای ضخامت فرض می‌شود به صورت زیر تغییر می‌کند [۱۱]:

$$E(z) = E_2 + (E_1 - E_2) \left( \frac{1}{2} + \frac{z}{h} \right)^k \quad \text{رابطه ۴}$$

$$-0.5h \leq z \leq 0.5h$$

برای مدل‌سازی صفحه FG معیوب از دو مدل استفاده می‌شود، در مدل اول فرض می‌شود تغییرات مدول الاستیک در راستای ضخامت به صورت زیر تغییر می‌کند [۱۱]:

$$\begin{aligned} E_1(z) &= E_2 + (E_1 - E_2) \left( \frac{1}{2} + \frac{z}{h} \right)^k; \quad -0.5h \leq z \leq 0 \\ E_2(z) &= E_2 + (E_1 - E_2) \left( \frac{1}{2} + \frac{z}{h} \right)^k; \quad 0 \leq z \leq a \\ E_3(z) &= E_1; \quad a \leq z \leq 0.5h, \quad 0 \leq \frac{a}{h} \leq 0.5 \end{aligned} \quad \text{رابطه ۵}$$

در مدل دوم فرض می‌شود تغییرات مدول الاستیک در راستای ضخامت به صورت زیر تغییر می‌کند [۱۱]:

$$\begin{aligned} E_1(z) &= E_2 + (E_1 - E_2) \left( \frac{1}{2} + \frac{z}{h} \right)^k; \quad 0 \leq z \leq 0.5h \\ E_2(z) &= E_2 + (E_1 - E_2) \left( \frac{1}{2} + \frac{z}{h} \right)^k; \quad -b \leq z \leq 0 \\ E_3(z) &= E_2; \quad -0.5 \leq z \leq -b \quad -0.5 \leq \frac{b}{h} \leq 0 \end{aligned} \quad \text{رابطه ۶}$$

که در آن،  $E$ ،  $G$  و  $\rho$  به ترتیب مدول الاستیک، مدول برشی و چگالی می‌باشند به منظور محاسبه معادلات حاکم بر مسأله از اصل همیلتون<sup>۱</sup> استفاده می‌شود [۱۰]:

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta U - \delta T) dt = 0 \quad \text{رابطه ۷}$$

که در آن  $\delta U$  تغییرات انرژی کرنشی و  $\delta T$  انرژی جنبشی می‌باشد. انرژی کرنشی صفحه را می‌توان بر حسب کلیه تنش‌ها و کرنش‌های وارد بر صفحه به صورت زیر محاسبه نمود [۱۰]:

<sup>1</sup> Hamilton's Principal

$$\delta U = \int_v (\sigma_x \delta \varepsilon_x + \sigma_y \delta \varepsilon_y + \tau_{xy} \delta \gamma_{xy} + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz} + \tau_{yz} \delta \gamma_{yz} - D_x \delta E_x - D_y \delta E_y - D_z \delta E_z) dV \quad \text{رابطه ۸}$$

انرژی جنبشی صفحه به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۰]:

$$\delta T = \int_v \rho \vec{v} \cdot \delta \vec{v} dV \Rightarrow \delta T = \int \rho \left[ \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial \delta u}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial t} \frac{\partial \delta v}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial t} \frac{\partial \delta w}{\partial t} \right] dV \quad \text{رابطه ۹}$$

جهت استخراج معادلات حاکم بر مسأله لازم است تا کلیه کرنش‌ها و جابجایی‌های موجود در رابطه‌ی ۳ با مجهولات مفروض در میدان‌های جابجایی روابط ۸ جایگذاری شود.

با جایگذاری انرژی کرنشی و انرژی جنبشی در اصل همیلتون داریم:

$$\delta u: \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = 0$$

$$\delta v: \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} = 0 \quad \text{رابطه ۱۰}$$

$$\delta w_b: \frac{\partial^2 M_x^b}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y^b}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}^b}{\partial x \partial y} - N_{xx}^0 \frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} - N_{xx}^0 \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} - N_{yy}^0 \frac{\partial^2 w_b}{\partial y^2} - N_{yy}^0 \frac{\partial^2 w_s}{\partial y^2} = 0$$

$$\delta w_s: \frac{\partial^2 M_x^s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y^s}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}^s}{\partial x \partial y} + \frac{\partial S_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial S_{yz}}{\partial y} - N_{xx}^0 \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} - N_{xx}^0 \frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2}$$

$$- N_{yy}^0 \frac{\partial^2 w_s}{\partial y^2} - N_{yy}^0 \frac{\partial^2 w_b}{\partial y^2} = 0$$

### حل معادلات حاکم

برای حل معادلات دیفرانسیل حاکم بر مسأله برای شرایط مرزی ساده از روش ناویر استفاده می‌شود [۱۰]:

$$\begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_b \\ w_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} U e^{i\omega t} \cos \lambda x \sin \mu y \\ V e^{i\omega t} \sin \lambda x \cos \mu y \\ W_b e^{i\omega t} \sin \lambda x \sin \mu y \\ W_s e^{i\omega t} \sin \lambda x \sin \mu y \end{Bmatrix}; \lambda = \frac{n\pi}{a}, \mu = \frac{m\pi}{b} \quad \text{رابطه ۱۱}$$

که در آن  $U, V, W_b, W_s, \psi, \varphi$  مجهولات معادلات می‌باشند. ماتریس ضرایب جابه‌جایی را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$[K]_{4 \times 4} - \omega^2 [M]_{4 \times 4} = 0 \quad \text{رابطه ۱۲}$$

تعدادی از درایه‌های ماتریس  $K$  در پیوست آورده شده است.

## نتایج و بحث

در این بخش نتایج حاصل از تحلیل کماتش صفحه هدفمند ارائه خواهد شد. در ابتدا نتایج بدست آمده از تحلیل حاضر با نتایج دیگر مراجع اعتبارسنجی می‌شود و سپس نتایج بدست آمده از کماتش صفحه هدفمند معیوب مورد مطالعه و بررسی قرار خواهند گرفت.

## اعتبارسنجی تئوری حاضر

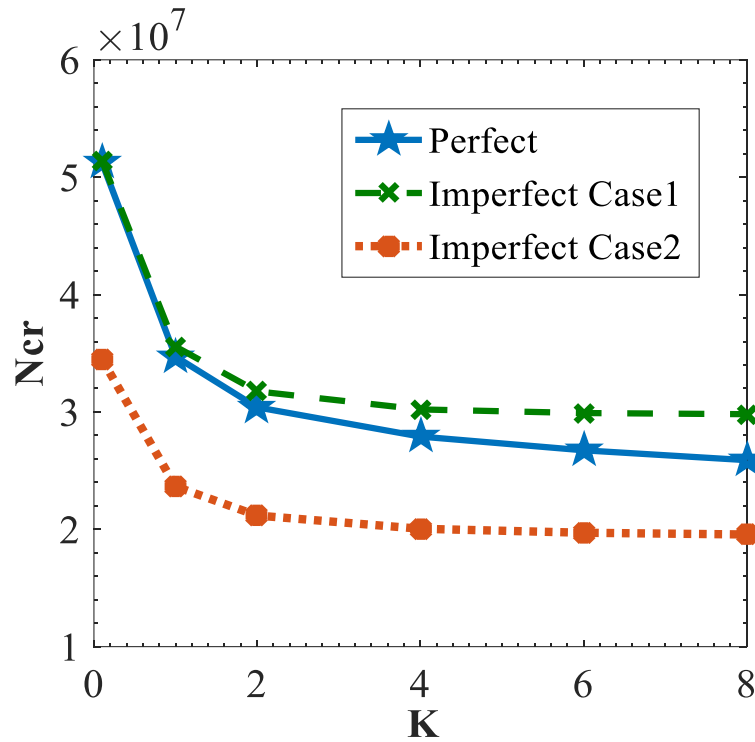
در این بخش نتایج حاصل از تحلیل کماتش صفحه هدفمند با نتایج دیگر پژوهش‌ها مقایسه خواهد شد. به منظور اعتبارسنجی روش ارائه شده، نتایج بی‌بعد شده حاصل از تحلیل کماتش صفحه هدفمند با استفاده از تئوری حاضر با نتایج تحلیلی ارائه شده مراجع [۱۲] و [۱۳] مقایسه می‌شوند. در جدول ۱ نیروی کماتش اول صفحه هدفمند با استفاده از تئوری تغییرشکل برشی هایپربولیک با نتایج بدست آمده توسط مراجع [۱۲] و [۱۳] مقایسه گردیده است. همانطور که در جدول ۱ مشاهده می‌شود نتایج بدست آمده از تئوری حاضر با نتایج حاصل مراجع [۱۲] و [۱۳] تطابق خوبی دارد که این تطابق نیز می‌تواند نشان‌دهنده‌ی صحت تئوری مورد مطالعه در این پژوهش باشد.

جدول ۱- مقایسه نتایج حاصل از کماتش صفحه هدفمند تئوری حاضر با نتایج مراجع [۱۲] و [۱۳]

K										a/h
۰/۵					۰					
درصد اختلاف	مرجع [۱۳]	درصد اختلاف	مرجع [۱۲]	حاضر	درصد اختلاف	مرجع [۱۳]	درصد اختلاف	مرجع [۱۲]	حاضر	
۱/۵۰	۳/۵۲۷۰	۱/۱۶	۳/۵۳۸۷	۳/۵۸۰۰	۱/۲۸	۵/۳۷۱۰	۱/۱۸	۵/۳۷۶۳	۵/۴۴۰۰	۵
۱/۹۳	۳/۸۵۰۰	۱/۷۶	۳/۸۵۶۵	۳/۹۲۴۶	۱/۸۹	۵/۹۱۸۰	۱/۷۹	۵/۹۲۴۳	۶/۰۳۰۴	۱۰
۲/۰۸	۳/۹۶۶۰	۱/۹۶	۳/۹۷۰۸	۴/۰۴۸۸	۲/۰۸	۶/۱۱۷۰	۱/۹۶	۶/۱۲۴۴	۶/۲۴۴۷	۵۰
۲/۰۹	۳/۹۷۰۰	۱/۹۷	۳/۹۷۴۵	۴/۰۵۲۹	۲/۱۰	۶/۱۲۳۰	۱/۹۷	۶/۱۳۰۹	۶/۲۵۱۹	۱۰۰

## بررسی اثر تابع تغییرات خواص مواد بر روی نیروی کماتش صفحه هدفمند

در این بخش اثر توان تابع تغییرات خواص در صفحه ساندویچی (K) بر روی پاسخ کماتش صفحه هدفمند معیوب مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در شکل ۲ تغییرات نیروی کماتش صفحه هدفمند معیوب خطی، غیرخطی مدل اول و غیرخطی مدل دوم برای مقادیر مختلف K نشان داده شده است.

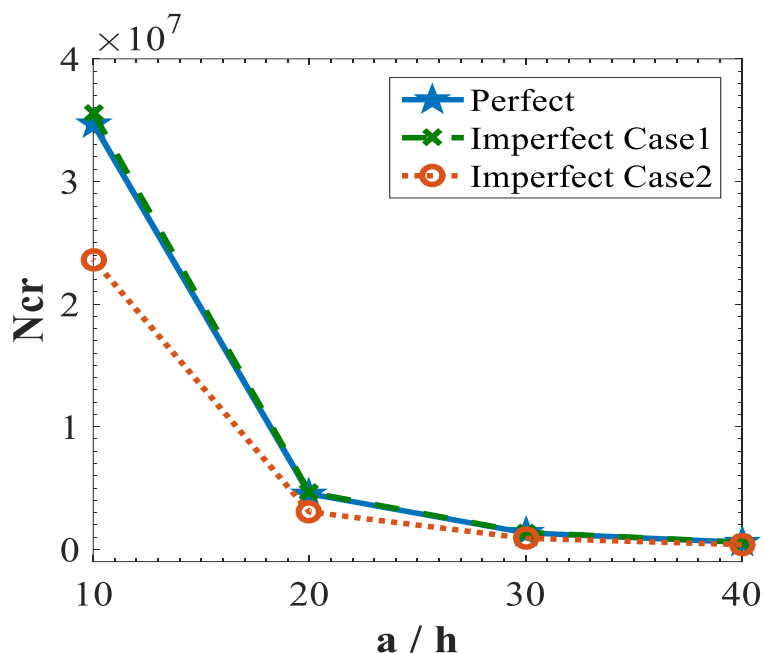


شکل ۲. اثر تابع تغییرات خواص مواد بر روی نیروی کماتش صفحه هدفمند

همانطور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود با افزایش مقدار تابع تغییرات خواص مواد از ۰.۱ تا ۶ مقدار فرکانس طبیعی صفحه ساندویچی برای حالت معیوب خطی، غیرخطی مدل اول و غیرخطی مدل دوم به شدت کاهش یافته و از مقدار ۶ به بعد، تغییرات نیروی کماتش تقریباً ناچیز است. همچنین در شکل ۲ مشاهده می‌شود که بیشترین مقدار نیروی کماتش برای حالت معیوب غیرخطی مدل اول می‌باشد.

### بررسی اثر نسبت طول به ضخامت کل صفحه بر روی نیروی کماتش صفحه هدفمند

در این بخش اثر تغییرات نسبت طول به ضخامت کل ( $a/h$ ) صفحه هدفمند بر روی پاسخ کماتش هدفمند معیوب مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در شکل ۳ تغییرات نیروی کماتش صفحه هدفمند معیوب خطی، غیرخطی مدل اول و غیرخطی مدل دوم برای مقادیر مختلف تغییرات نسبت طول به ضخامت کل صفحه هدفمند ( $a/h$ ) آورده شده است.



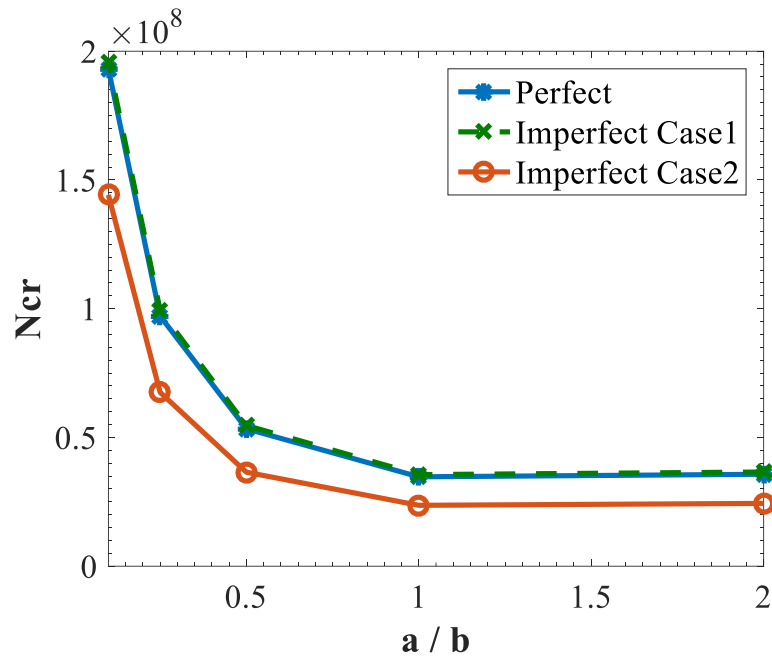
شکل ۳. بررسی اثر نسبت طول به ضخامت صفحه هدفمند بر روی نیروی کماتش صفحه هدفمند

همانطور که در شکل ۳ مشاهده می‌شود با افزایش نسبت طول به ضخامت صفحه هدفمند، نیروی کماتش صفحه هدفمند به سرعت کاهش می‌یابد که علت این امر کاهش ضخامت صفحه هدفمند و در نتیجه کاهش سفتی آن می‌باشد. در شکل ۳ مشاهده می‌شود که بیشترین مقدار نیروی کماتش برای حالت معیوب غیرخطی مدل اول و کمترین مقدار برای حالت معیوب خطی می‌باشد.

### بررسی اثر نسبت طول به عرض صفحه هدفمند بر روی نیروی کماتش صفحه هدفمند

در این بخش اثر تغییرات نسبت طول به عرض ( $a/b$ ) صفحه هدفمند بر روی پاسخ کماتش صفحه هدفمند معیوب مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در شکل ۴ تغییرات نیروی کماتش صفحه هدفمند معیوب خطی، غیرخطی مدل اول و غیرخطی مدل دوم برای مقادیر مختلف تغییرات نسبت طول به عرض صفحه ( $a/b$ ) آورده شده است. همانطور که شکل ۴ نشان می‌دهد با افزایش مقدار نسبت طول به عرض صفحه هدفمند از ۰.۱ تا ۱، نیروی کماتش با سرعت زیادی کاهش می‌یابد، چرا که با این افزایش، مدل مورد مطالعه از باریکه<sup>۱</sup> به سمت صفحه مربعی تغییر می‌کند و با توجه به استحکام بیشتر باریکه نسبت به صفحه مربعی این رفتار قابل پیش‌بینی بود. همچنین با افزایش مقدار نسبت طول به عرض صفحه ساندویچی از مقدار ۱ تا ۲ نیروی کماتش افزایش می‌یابد، چرا که با این افزایش، مدل مورد مطالعه از صفحه مربعی به سمت باریکه تغییر می‌کند.

<sup>1</sup> Strip



شکل ۴. بررسی اثر نسبت طول به عرض صفحه هدفمند بر روی نیروی کمانش صفحه ساندویچی

## نتیجه‌گیری

در این مقاله، با تحلیل و بررسی نتایج به‌دست‌آمده از تحلیل کمانش ورق هدفمند کامل و معیوب، نتایج زیر به دست آمد:

- ✓ با افزایش نسبت طول به عرض ورق مقدار نیروی کمانش ورق هدفمند کاهش می‌یابد.
- ✓ معیوب بودن تغییرات خواص ماده هدفمند، در صورتی که منجر به این شود که خواص ماده به ماده با سفتی بالاتر نزدیک‌تر شود، سفتی ماده هدفمند افزایش و به تبع آن نیروی کمانش افزایش می‌یابد؛ در مقابل در صورتی که منجر به این شود که خواص ماده به ماده با سفتی کمتر نزدیک‌تر شود، سفتی ماده هدفمند کاهش و به تبع آن نیروی کمانش نیز کاهش می‌یابد.
- ✓ با افزایش نسبت طول به ضخامت ورق نیروی کمانش کاهش می‌یابد.
- ✓ با افزایش توان تابع تغییرات خواص ورق هدفمند ( $K$ )، مقدار نیروی کمانش به‌سرعت کاهش می‌یابد. دلیل آن این است که با افزایش مقدار ( $K$ )، خواص ماده به آلومینیوم نزدیک‌تر می‌شود، در نتیجه استحکام ماده هدفمند کاهش و به تبع آن نیروی کمانش نیز کاهش می‌یابد.

## مراجع

- [1] Llscher, B. On Functionally Gradient materials. *Proceeding of the first int symp.*
- [2] Livani, M., and Malekzadeh Fard, K. (2019). Free vibration analysis of composite sandwich sheets with variable thickness. *Amirkabir Mechanical Engineering*, 52(8), 111-120.

- [3] Eskandari Shahraki, M. and et al. (2019). Analysis of size-dependent buckling and vibrations in a rectangular nanoplate using the theory of nth order shear deformation based on the modified non-classical theory of Couple stress. *In the 27th annual international conference of mechanical engineering of Iran, ISME2019. (in Persian)*
- [4] Tajdaran, A. and Saddaq, M.H. (2019). The effect of geometrical parameters on elastoplastic buckling of underground cylindrical metal tanks considering the interaction of structure and fluid. *Structural and Construction Engineering*, 6(4), 143-161.
- [5] Haj Bagheri, M.H. and Shahani, A.R. (2021). Investigation of analytical relationships and modeling of nonlinear buckling in lanterns. *Amirkabir Mechanical Engineering Journal*, 53(2), 729-744. (in Persian)
- [6] Tahmasabi, R. and Shafaei, J. (2021). Analytical investigation of the seismic performance of short-length warp buckling brace with S-shaped core. *Amirkabir Civil Engineering Journal*, 53(6), 2474-2451. (in Persian)
- [7] Rasouli, M.A. and Taheri, M. (2022). Parametric analysis of buckling of reinforced congress cylindrical shell under external pressure. *Tabriz University Mechanical Engineering*, 52(1), 187-196. (in Persian)
- [8] Rahimi, A.R., Livani, M. and Negahban Boron, (2021). A. Buckling analysis of functionally graded material beams with transverse crack, *Journal of Mechanical Engineering*, 51(1), 277-281.
- [9] Livani, M. and Habibi, M.H. (2022). Investigating the effect of porosity on the behavior of free vibrations of a purposeful sandwich structure. *Journal of Aeronautical Engineering Research*, 24(2), 52-66.
- [10] Arefi, M., and M. Meskini. (2019). Application of hyperbolic shear deformation theory to vibration analysis of functionally graded porous plate with piezoelectric face-sheets. *Structural Engineering and Mechanics*, 71(5).
- [11] Malikan, M. and Eremeyev, V.A. (2020). A new hyperbolic-polynomial higher-order elasticity theory for mechanics of thick FGM beams with imperfection in the material composition. *Composite Structures*, 249.
- [12] Adhikari, B., Dash, P. and Singh, B.N. (2020). Buckling analysis of porous FGM sandwich plates under various types nonuniform edge compression based on higher order shear deformation theory. *Composite Structures*, 251.
- [13] Reddy, B. Sidda, and et al. (2013) Buckling analysis of functionally graded material plates using higher order shear deformation theory. *Journal of composites*.



## ***Investigating the effect of imperfect of the FG material on the buckling behavior of the hypersonic missile body***

**Abstract:** Due to the very high speed of the hypersonic missile body, it must withstand very high temperatures and aerodynamic loads. In this situation, the use of materials such as ceramics seems suitable due to their high thermal resistance, but ceramics have little structural strength. The solution is combining a ceramic phase and a metal phase with high mechanical resistance. This material is called functionally graded material.

In this research, the effect of imperfect of Functionally Graded Material on the buckling behavior of the FGM plate is studied using a hyperbolic shear deformation function. The properties of the Functionally Graded materials change with the power distribution function of the property changes along the thickness. The structure of these materials during the production process cannot be completely in accordance with the intended pattern, which leads to the production of imperfect Functionally Graded material. Therefore, in this research, a linear perfect model and two imperfect models are considered. The governing differential equations are derived using Hamilton's principle. The obtained equations were solved using Navier's method for simple boundary conditions. The effects of important geometrical and mechanical parameters, including thickness-to-length ratio, length-to-width ratio, and power function of changes in the properties of the imperfect Functionally Graded plate, have been investigated.

**Keywords:** FGM Panel, buckling, Porous, Hamilton's principle, Navier's method